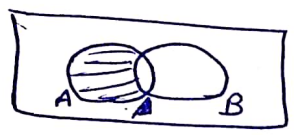


تفاضل

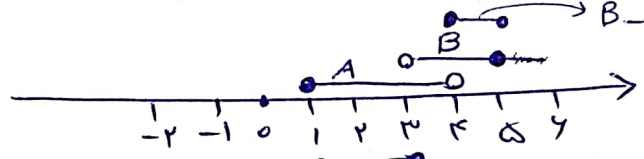
تفاضل B از A را با $A-B$ نشان می دهیم و شامل عضوهای A است که داخل B نباشند.



مثال ۱) $A = \{a, b, ۲, ۱\}$ $B = \{۳, ۵, a, ۱\}$

$A - B = \{b, ۲\}$ $B - A = \{۳, ۵\}$

۲) $A = [۱, ۴)$ $B = (۳, ۵]$

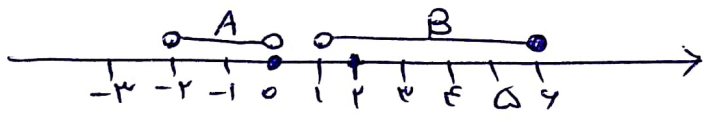


$B - A = [۴, ۵] = \{x | ۴ \leq x \leq ۵\}$
 $A - B = [۱, ۳] = \{x | ۱ \leq x \leq ۳\}$

و مجموعه را از هم جدا کنیم و نگاه $A \cap B = \emptyset$

مثال

$A = (-۲, ۰)$ $B = (۱, ۶]$



$A \cap B = \emptyset$

قوانین (دوره زبان) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$

تمرین **مثال** الف، ب، ج، د، هـ، ز، ۲، ۷، ۸، ۱۲

فصل ۲ توان و رادیکال

توان (ساده نویسی در ضرب)

توان (تکرار) $a^n = \underbrace{a \times \dots \times a}_n$

خواص توان

- ۱) $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)
- ۲) $a^1 = a$
- ۳) $a^{-1} = \frac{1}{a}$
- ۴) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0$)
- ۵) $(a \times b)^n = a^n b^n$
- ۶) $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$
- ۷) $a^n a^m = a^{m+n}$
- ۸) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- ۹) $(a^m)^n = a^{mn}$

عبارت زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید

مثال

4

1) $a^3 \times b^2 \times a^5 \times b^4 = a^{3+5} b^{2+4} = (ab)^8$

2) $\frac{1^{100} \div 1^{10}}{2^{41} \div 2} = \frac{1^{100-10}}{2^{41-1}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{90} = 2^{-90}$

3) $(3^2)^4 \div (3^4 \times 3^5) = 3^8 \div 3^9 = 1$ 4) $\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$

برای این که اعداد توان دار را با هم جمع یا از هم کم کنیم باید ابتدا اعداد را به توان برسانیم

مثال $3^2 + 2^3 - 5^2 + 3^3 = 9 + 8 - 25 + 27 = 19$

حل معادله توانی

مثال 1) $2^{3x} + 2^{3x+3} - 1^{x+1} + 2^{3x-2} - 1^x = 1$

~~$2^{3x} + 2^{3x+3} - (2^3)^{x+1} + 2^{3x-2} - (2^3)^x = 2^0$~~
 ~~$2^{3x} + 2^{3x+3} + 2^{3x-2} - 2^{3x} = 2^0 \Rightarrow 2^{3x-2} = 2^0$~~

$3x - 2 = 0 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$

2) $3^{4x} \times 9^x \times 3^7 \times 9^{x+1} = 3$

$3^{4x} \times (3^2)^x \times 3^7 \times (3^2)^{x+1} = 3 \Rightarrow 3^{4x} \times 3^{2x} \times 3^7 \times 3^{2x+2} = 3^1$

~~$3^{4x+2x+7+2x+2} = 3^1 \Rightarrow 8x+9=1 \Rightarrow 8x=1-9 \Rightarrow$~~

~~$8x = -8 \Rightarrow x = -1$~~

تمرین $36^x + 9^{2x+1} - 9^{2x+2} + 36^{x+1} - 9^{2x} = 36$

رادیکال (عکس توان) ریشه n ام b $a^n = b \iff a = \sqrt[n]{b}$

(n فرجه رادیکال) اگر n زوج باشد طبعی تواند منفی باشد.

مثال 1) $5^3 = 125 \Rightarrow \sqrt[3]{125} = 5$ 2) $\sqrt{49} = 7$ 3) $\sqrt{-16}$ یا $\sqrt{-11}$ عدد حقیقی نیستند.
 فرجه نباشد یعنی 2

ص

اعمال روی رادیکال

① $(\sqrt[n]{a})^n = a$ مثال $(\sqrt[4]{-3})^4 = -3$

② $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a & \text{مفرد } n \\ |a| & \text{زوج } n \end{cases}$ مثال $\sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$

③ $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$ مثال $\sqrt{9 \times 36} = \sqrt{9} \times \sqrt{36} = 3 \times 6$

④ $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ مثال $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{1^3}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

⑤ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ مثال $(\sqrt{a})^3 = \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$

⑥ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

در جمع یا تفریق عبارات رادیکالی فقط رادیکال‌های مثل هم با هم جمع یا از هم کم می‌شوند.

مثال $9\sqrt{5} - 2\sqrt{3} + 7\sqrt{5} + 4\sqrt{3}$
 $= (9+7)\sqrt{5} + (-2+4)\sqrt{3}$

⑦ $\frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^2} = \frac{\sqrt{a}}{a}$

تبدیل ص ۳۸ | (الف، د)، (۳، ۵) | (ب، ج، ز، ه)

فصل ۱ (خبر جمله ای ها)

یک جمله ای: ترکیبی از حروف و اعداد یعنی عبارتی به شکل ax^n

a عدد (ضریب) x حرف (متغیر) $n \in \mathbb{N}$ (درجه x) توان

مثال $2x^2y^5$ و $xy\sqrt{z^4}$

در یک جمله ای را می‌توانیم نگاه کنیم هرگاه متغیرها و توان آن‌ها یکسان باشند یعنی فقط ضرایب ممکن است متفاوت باشند.

مثال $3x^7y$ و $-5y^7x^3$

فصل ۲. توان و رادیکال

تمرین

(الف) عبارت های زیر را ساده کنید. $10^2 \times 5^{-4} \times 2^{-3} \times 3^5 \times (18)^{-2}$

(ب) $[(-2)^2(-3)^{17} - (-3)^{16}] \times 9^{-7} \times 23^{-1}$

(ج) $(1 - \frac{1}{2})^{-\frac{1}{3}} (1 - \frac{2}{3})^{-\frac{1}{3}} (1 + \frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}$

(د) $(2^3 \times 3^4 \times 5^{-2}) \div (3^5 \times 2^4 \times 5^2)$

(۲) مقادیر r و s و t را از تساوی زیر به دست آورید.

$$\left(\frac{2}{9}\right)^{\frac{1}{3}} \times \left(\frac{27}{4}\right)^{-\frac{2}{3}} \times \left(\frac{8}{3}\right)^{\frac{2}{3}} = 2^r \times 3^s \times 5^t$$

(۳) در عبارت زیر حاصل $2x^3 + y^2$ را بیابید.

$$2^x \times 3^y = (2^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{4}}) \div (\sqrt{12} \times 32^{\frac{5}{4}})$$

(۴) اگر $2^x \times 3^y = \sqrt{12} \sqrt{12} \sqrt{12}$ آنگاه مقادیر x و y را به دست آورید.

(۵) ثابت کنید عدد $(3^{17} + 3^7 \times 3^{14})^{\frac{1}{3}}$ بر ۲۴ بخش پذیر است.

(۶) اعداد $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ و $\sqrt{4}$ را مقایسه کنید.

(۷) رادیکال های $\sqrt{5}$ و $\sqrt{3}$ و $\sqrt{2}$ را هم فرجه کنید.

(۸) حاصل $(-10\sqrt{3^6})^{\frac{5}{3}}$ را بیابید.

(۹) آنگاه $r = 1 + \sqrt{2}$

(۱۳) حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $(a-1)\sqrt{ab} + \sqrt{a^3b} - a\sqrt{\frac{a}{b}}$, $a, b > 0$

ب) $\sqrt{\frac{a}{b}} \times \sqrt{\frac{a}{b}} \times a^{-\frac{2}{3}} \times b^{\frac{2}{3}}$, $a, b > 0$

ج) $5\sqrt{27} - 4\sqrt{48} + 3\sqrt{75}$

د) $11\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 7\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - 15\sqrt{3}$

ه) $-3\sqrt{15} + 4\sqrt{15} + \sqrt{12} - 6\sqrt{27}$

و) $2\sqrt{20} + 5\sqrt{48} - 3\sqrt{75} - 2\sqrt{45}$

ز) $23\sqrt{54} + 3\sqrt{250} - 4\sqrt{16}$

ح) $\sqrt{1+\sqrt{2}} \times \sqrt{3-2\sqrt{2}}$

ب) $(\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{25} + \sqrt{3})$

س) $(2\sqrt{7} - 5)(2\sqrt{5} + 5)$

س) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(-3\sqrt{2} + 2\sqrt{2})$

د) $\sqrt{8x^3} + x\sqrt{18x} - \sqrt{50x^3}$ $x \geq 0$

م) $\sqrt[4]{3y^4} + y\sqrt[4]{48}$

(۱۴) رادیکال های زیر را ساده کنید.

الف) $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$

ب) $5\sqrt[2]{4\sqrt{5}}$

ج) $-3\sqrt{2\sqrt[4]{3}}$

د) $-3x\sqrt[3]{x\sqrt[5]{x+1}}$

ه) $\sqrt[4]{2\sqrt[3]{x^2\sqrt[5]{b^2\sqrt{2+y^2}}}}$

و) $\sqrt[5]{2\sqrt[3]{3\sqrt[4]{a^2+2}}}$

ز) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{\sqrt[3]{(x^2+1)^2}}}$

ح) $-2\sqrt[2]{a^2\sqrt[5]{b^2\sqrt{(2x+4)}}$

(۱۵) در هر یک از تساویهای زیر مقدار x را بیابید.

الف) $2^{2x+3} + 2^{2x+1} = (2 \times 5)^2 \times 1/6$

ب) $(\frac{1}{2})^{-2x} = 16$

ج) $79^{4x+2} \times 79^{4x+5} \times 79^{11x+7} \times 79^{x+11} = 1$

د) $81^x + 3^{4x+1} = 36$

ه) $8^x - 2^{2x-2} - \frac{2}{4} = 0$

و) $64^{2x} + 2^{12x+1} = 24$

ز) $16^{2x} \times 8^{-2x+1} \times 4^{-x+2} = 2^{2x+8}$