

مفصل ۲: توان

جلسه دوم

\* توان: برای آسان شدن محاسبات، عبارتی مانند  $4 \times 4 \times 4$  را با نماد  $4^3$  می نویسیم  
و می خوانیم  $4$  به توان  $3$

به طور کلی اگر  $a$  عدد حقیقی و  $n$  در طبیعی باشد داریم:  
 $a \times a \times \dots \times a$  (n بار)  
توان  $a^n$  پایه  $a$

مثال

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$3^4 - 2^3 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) - (2 \times 2 \times 2) = 81 - 8 = 73$

نکته: اگر در توان نداشت باشد، توان آنرا یک در نظر می گیریم.  
نکته: در توان صفر برابر یک است.

مثال

$(\frac{5}{3})^0 - (\frac{1}{4})^2 = 1 - (\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

ضرب و تقسیم اعداد توان دار:

\* در ضرب اعداد توان دار، اگر پایه ها مساوی باشند، کافی است یک پایه را نوشته و توانها را با هم جمع کنیم به عبارت دیگر داریم:  
 $a^n \times a^m = a^{n+m}$

مثال

$(\frac{2}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^3 \times (\frac{2}{3})^0 = (\frac{2}{3})^{2+3+0} = (\frac{2}{3})^5$

$10^2 \times 10^3 \times 10^4 = 10^9$

(۲)

\* \* ضرب عددهای توان داره آلتوانها مساوی باشند، کافی است برای یکی از درها را برای حاصل ضرب پایه ها قرار دهیم. به عبارت دیگر اگر  $a$  و  $b$  اعداد حقیقی باشند

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n \leftarrow$$

مثال

(الف)  $x^5 \times y^3 \times y^4 \times x^6 = x^{5+6} \times y^{3+4} = x^{11} y^7$

(ب)  $a^3 \times b^2 \times a^4 \times b^5 = a^{3+4} \times b^{2+5} = a^7 b^7$

\* \* برای تقسیم دو عدد توان داره با پایه های مساوی، کافی است یک پایه را بنویسیم و توان مقسوم علیه را از توان مقسوم کم کنیم. به عبارت دیگر اگر  $a$  یک عدد حقیقی و مخالف صفر و  $m$  و  $n$  عددهای طبیعی باشند

$$a^n \div a^m = a^{n-m} \leftarrow$$

مثال

(الف)  $\frac{x^{132} \div x^{72}}{x^{37} \div x^{35}} = \frac{x^{132-72}}{x^{37-35}} = \frac{x^{60}}{x^2} = x^{58}$

(ب)  $\frac{b^{74} + b^{74}}{b^{54} + b^{34}} = \frac{b^{74} (1 + b^0)}{b^{34} (b^{20} + 1)} = \frac{b^{74}}{b^{34}} = b^{40}$

\* \* برای تقسیم دو عدد توانی که دارای توان مساوی اند، کافی است توان یکی از دو عدد را برای

حاصل تقسیم پایه ها قرار دهیم. به عبارت دیگر اگر  $a$  یک عدد حقیقی و  $b$  یک

$$a^n \div b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \leftarrow$$

عدد حقیقی مخالف صفر باشند

۳

الف)  $5^1 \div (5^2 \times 6^4) = 5^1 \div (5^2 \times 6^4) = \frac{5^1}{5^2 \times 6^4} = \frac{5^1}{6^4} = \left(\frac{5}{6}\right)^4$  مثال

ب)  $\frac{1^{11} \div 1^6}{5^1 \div 5^3} = \frac{1^5}{5^5} = \left(\frac{1}{5}\right)^5$

\*\* برای توان رساندن یک عدد توان داره کافی است پایه را بنویسیم و توان هارا در هم

ضرب کنیم. به عبارت دیگر اگر یک عدد معینی  $n$  و  $m$  در طبیعت باشند  $\leftarrow$

$(a^n)^m = a^{n \times m}$

الف)  $(5^2)^1 \times (5^4)^3 = 5^{2 \times 1} \times 5^{4 \times 3} = 5^2 \times 5^{12} = 5^{14}$  مثال

ب)  $(2^3)^2 \times (2^5)^2 = 2^{3 \times 2} \times 2^{5 \times 2} = 2^6 \times 2^{10} = 2^{16}$

\*\* نکته: اگر توانی در خروج قرار داشته باشد وقتی در صورت قرار می گیرد تغییر علامت می دهد

الف)  $\frac{1}{k^3} = k^{-3}$  ب)  $\frac{5^{-3}}{5^2} = 5^{-3-2} = 5^{-5} = \frac{1}{5^5}$  مثال

تمرین حاصل عبارات زیر را بدست آورید

الف)  $\left(\frac{3}{7}\right)^4 \times \left(\frac{3}{7}\right)^9 \times \left(\frac{3}{7}\right)^2$

ب)  $5^2 \times 6^4 \times 5^3 \times 5^1 \times 6^3$

ج)  $\frac{a^1 \div a^4}{a^9 \div a^2}$

د)  $(k^3)^2 \times (k^6)^4$