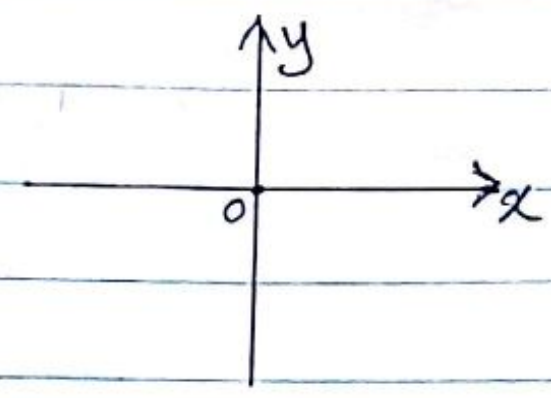
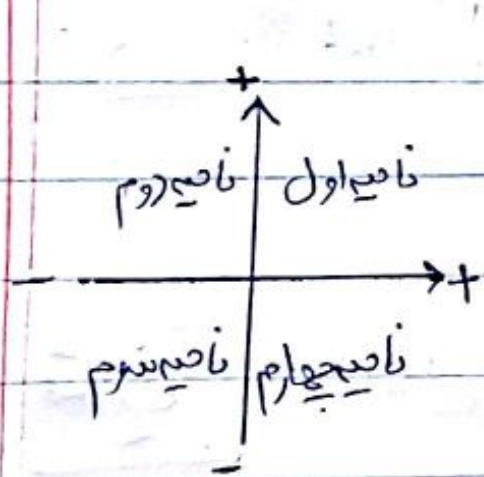


فصل ۵: مختصات دکارتی و معادله خط

* دستگاه مختصات دکارتی مجموعه‌ای است شامل دو محور که در صدا بر همدیگر عمود می‌باشند. محور افقی را محور طول یا محور x و محور قائم را محور عرض یا محور y می‌نامیم.



* دو محور دستگاه مختصات صفر را به چهار ناحیه تقسیم می‌کنند که ربع اول تا چهارم نامیده می‌شود.



✓ نقطه‌ای که در ناحیه اول قرار می‌گیرند دارای طول و عرض مثبت هستند.

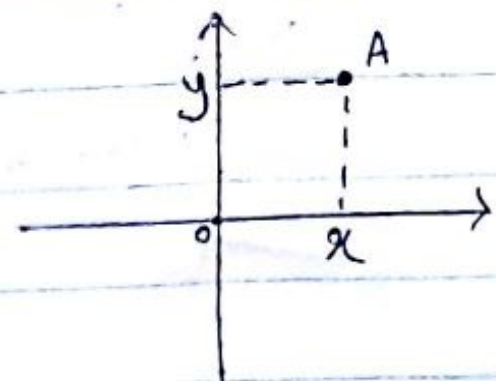
✓ نقطه‌ای که در ناحیه دوم قرار می‌گیرند، طول منفی و عرض مثبت دارند.

✓ نقطه‌ای که در ناحیه سوم قرار می‌گیرند، طول و عرض منفی هستند.

✓ نقطه‌ای که در ناحیه چهارم قرار می‌گیرند، طول مثبت و عرض منفی دارند.

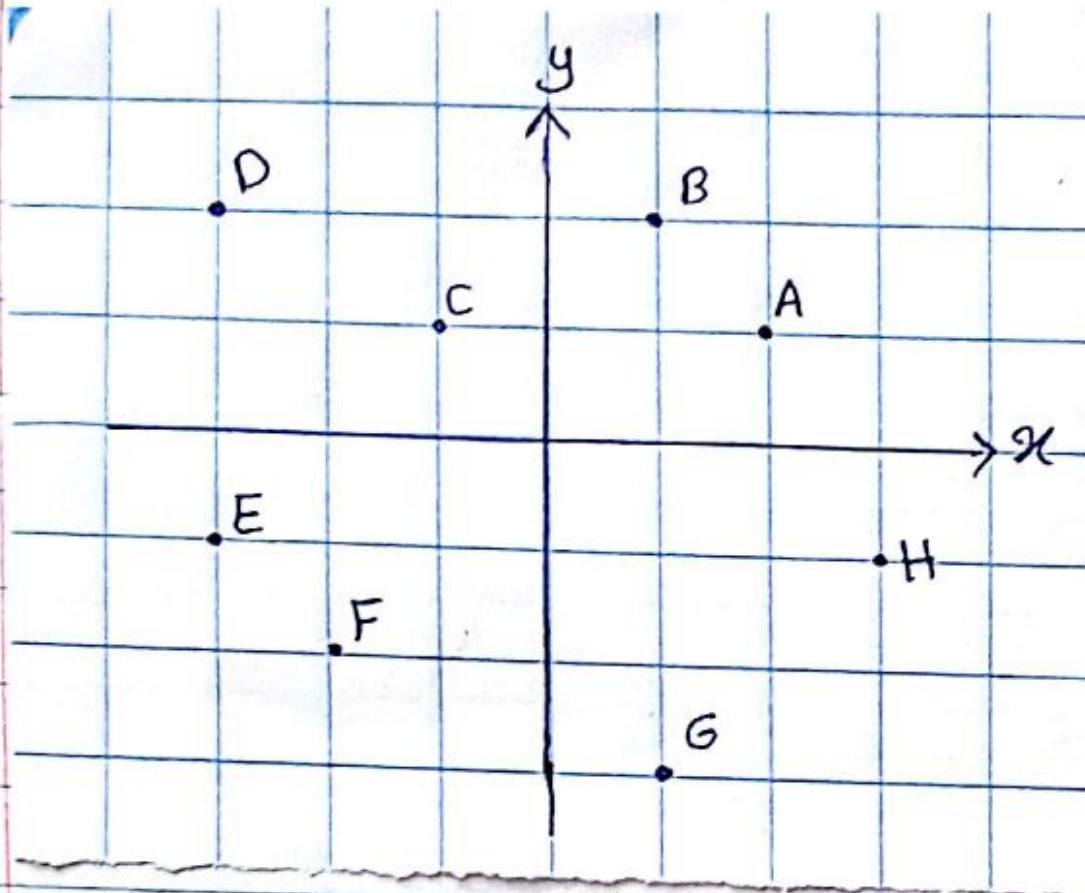
✓ نقطه‌ای که روی محور طول قرار دارند، دارای عرض صفر و نقطه‌ای که روی محور عرض قرار دارند، دارای طول صفر هستند.

* در دستگاه مختصات وضعیت یک نقطه نسبت به سایر اشیاء در مشق می‌کنیم که به این دو عدد مختصات آن نقطه می‌گویند که به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ یا (x, y) نشان می‌دهیم.



$A = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ یا (x, y)

مثال در شکل زیر مختصات نقاط را به دست آورید؟



A (۲، ۱)

B (۱، ۲)

C (-۱، ۱)

D (-۳، ۲)

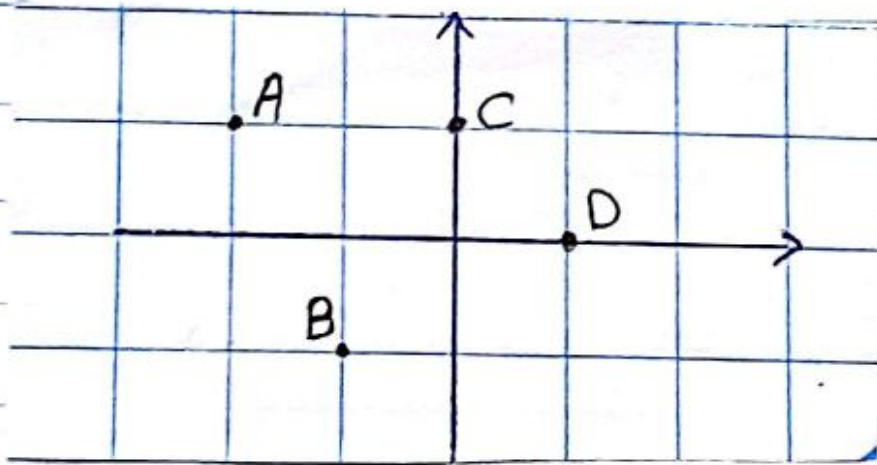
E (-۳، -۱)

F (-۲، -۲)

G (۱، -۳)

H (۳، -۱)

مثال مختصات نقاط A(-۲، ۱)، B(-۱، -۱)، C(۱، ۰) و D(۱، ۰) را بیابید؟



طول پاره خط:

اگر A و B دو نقطه دلخواه از صفحه باشند، فاصله دو نقطه A و B، را با پار AB نشان می دهیم.

در واقع AB طول پاره خط AB است. اگر مختصات نقاط به صورت $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$

باشد آنگاه طول پاره خط AB از رابطه زیر به دست می آوریم:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{رابطه ۱}$$

مثال فاصله بین دو نقطه $A(۲, -۳)$ و $B(-۴, ۵)$ را به دست آورید.

$$\begin{cases} x_1 = ۲ \\ y_1 = -۳ \end{cases} \leftarrow A(۲, -۳)$$

$$\begin{cases} x_2 = -۴ \\ y_2 = ۵ \end{cases} \leftarrow B(-۴, ۵)$$

باتوجه به رابطه ① داریم $\Rightarrow AB = \sqrt{(-۴-۲)^2 + (۵-(-۳))^2} = \sqrt{۹^2 + ۸^2} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰$

مثال اگر $A(۴, ۵)$, $B(۶, ۵)$, $C(۱, -۲)$ سه نقطه از صفحه باشند. طول یاره ضلعهای

AB, AC, BC را بیابید.

$A(۴, ۵) \rightarrow \begin{cases} x_1 = ۴ \\ y_1 = ۵ \end{cases}$ باتوجه به رابطه ① داریم $\Rightarrow AB = \sqrt{(۶-۴)^2 + (۵-۵)^2} = ۲$

$B(۶, ۵) \rightarrow \begin{cases} x_2 = ۶ \\ y_2 = ۵ \end{cases}$

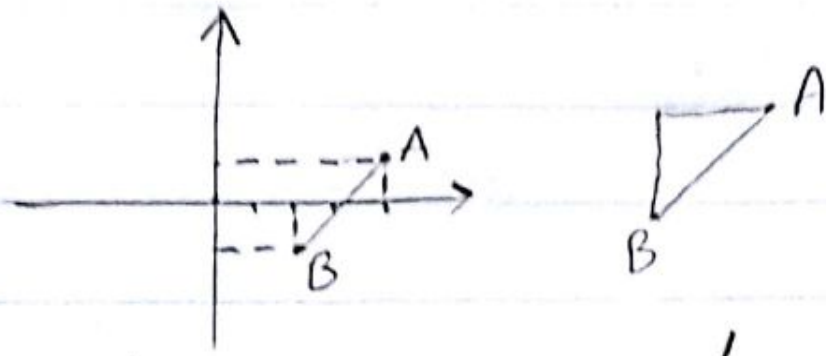
$A(۴, ۵) \rightarrow \begin{cases} x_1 = ۴ \\ y_1 = ۵ \end{cases}$ باتوجه به رابطه ① داریم $\Rightarrow AC = \sqrt{(۱-۴)^2 + (-۲-۵)^2} = \sqrt{۹ + ۴۹} = \sqrt{۵۸}$

$C(۱, -۲) \rightarrow \begin{cases} x_2 = ۱ \\ y_2 = -۲ \end{cases}$

$B(۶, ۵) \rightarrow \begin{cases} x_1 = ۶ \\ y_1 = ۵ \end{cases}$ باتوجه به رابطه ① داریم $\Rightarrow BC = \sqrt{(۱-۶)^2 + (-۲-۵)^2} = \sqrt{۲۵ + ۴۹} = \sqrt{۷۴}$

$C(۱, -۲) \rightarrow \begin{cases} x_2 = ۱ \\ y_2 = -۲ \end{cases}$

مثال نقاط $A(4, 1)$ و $B(1, -1)$ دو سر یک قطر مربع هستند. مساحت و محیط مربع را محاسبه کنید!



* با توجه به رسم نقاط بر روی دستگاه مختصات شکل و بیرو را رسم می کنیم.

ابتدا با AB که طول قطر مربع می باشد را پیدا کرد و سپس با توجه به رابطه فیثاغورث آنرا محاسبه کنیم

با توجه به رابطه داریم

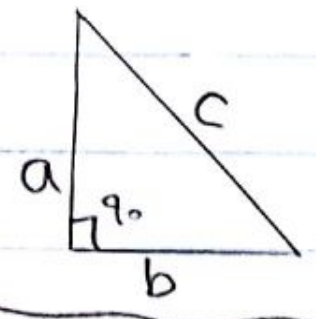
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1 - 4)^2 + (-1 - 1)^2} = \sqrt{8}$$

ابتدا رابطه فیثاغورث را یادآوری می کنیم.

* یادآوری:

قضیه فیثاغورس به قانونی گفته می شود که هنگامی که زاویه بین دو بردار 90° درجه است می باشد. به عبارت دیگر در یک مثلث راست گوشه (قائم الزویه) همواره مجموع توان های دوم اوضاع برابر با توان دوم وتر است.

فرمول $a^2 + b^2 = c^2$



حال با استفاده از رابطه فیثاغورث طول ضلع مربع را پیدا می کنیم.

$$AB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow (\sqrt{8})^2 = 2a^2 \Rightarrow 8 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

مساحت مربع $S = (\text{یک ضلع})^2 = a^2 = 4$

محیط مربع $P = 4 \times \text{یک ضلع} = 4a = 8$

۱۶

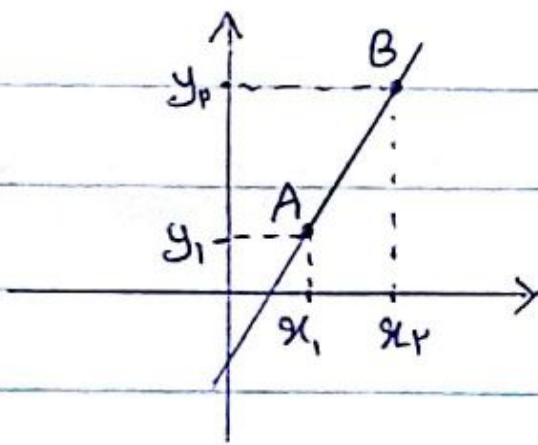
شیب خط: هنگام کوهپایه یا بالا رفتن از سر بالایی‌ها عاملی که باعث خستگی و صرف

انرژی بیشتر در مای شوره، شیب مسیری باشد. یعنی هر چه شیب بیشتر باشد، خستگی و

صرف انرژی بیشتر است.

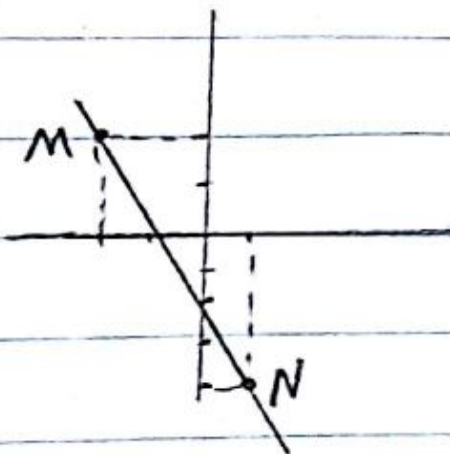
شیب یک خط که دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ از آن خط رانده باشند، به

این صورت حساب می‌شود:



رابطه ۲)
$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال | شیب خطی که از دو نقطه $M(-2, 2)$ و $N(1, -4)$ می‌گذرد چند است؟



باتوجه به رابطه داریم ۲)
$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-4)}{-2 - 1} = \frac{6}{-3} = -2$$

دقت کنید برای حساب شیب خط، نیازی به رسم شکل نیست و من برای فهم بهتر شما شکل را رسم کردم.

مثال | شیب خطی را بیابید که از نقاط $A(5, 4)$ و $B(3, 9)$ می‌گذرد.

باتوجه به رابطه ۲) داریم
$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 4}{3 - 5} = \frac{5}{-2} = -2.5$$

۱۷

تویین

۱) نقاط زیر را بر روی ^{دستگاه} مختصات نامی دهید.

$A(2, -3)$ $B(-2, 4)$ $C(0, -3)$ $D(-1, -3)$

$E(4, 0)$ $F(0, 0)$ $G(-1, 0)$ $H(3, 3)$

۲) نقاط $A(2, 2)$ و $B(-1, -2)$ دو سر قطر یک مربع هستند. مساحت و محیط مربع را به دست آورید؟

۳) اگر $A(1, 2)$ ، $B(3, -2)$ و $C(-3, -3)$ نقاط رأس یک مثلث باشند، طول هر یک از اضلاع و مساحت آن را بیابید؟

۴) سب خطی را پیدا کنید که از نقاط $A(4, 2)$ و $B(-1, 1)$ می‌گذرد را بیابید؟

۵) اگر $A(4, 3)$ و $B(-2, -4)$ باشند، سب خطی که از این دو نقطه می‌گذرد را پیدا کنید؟